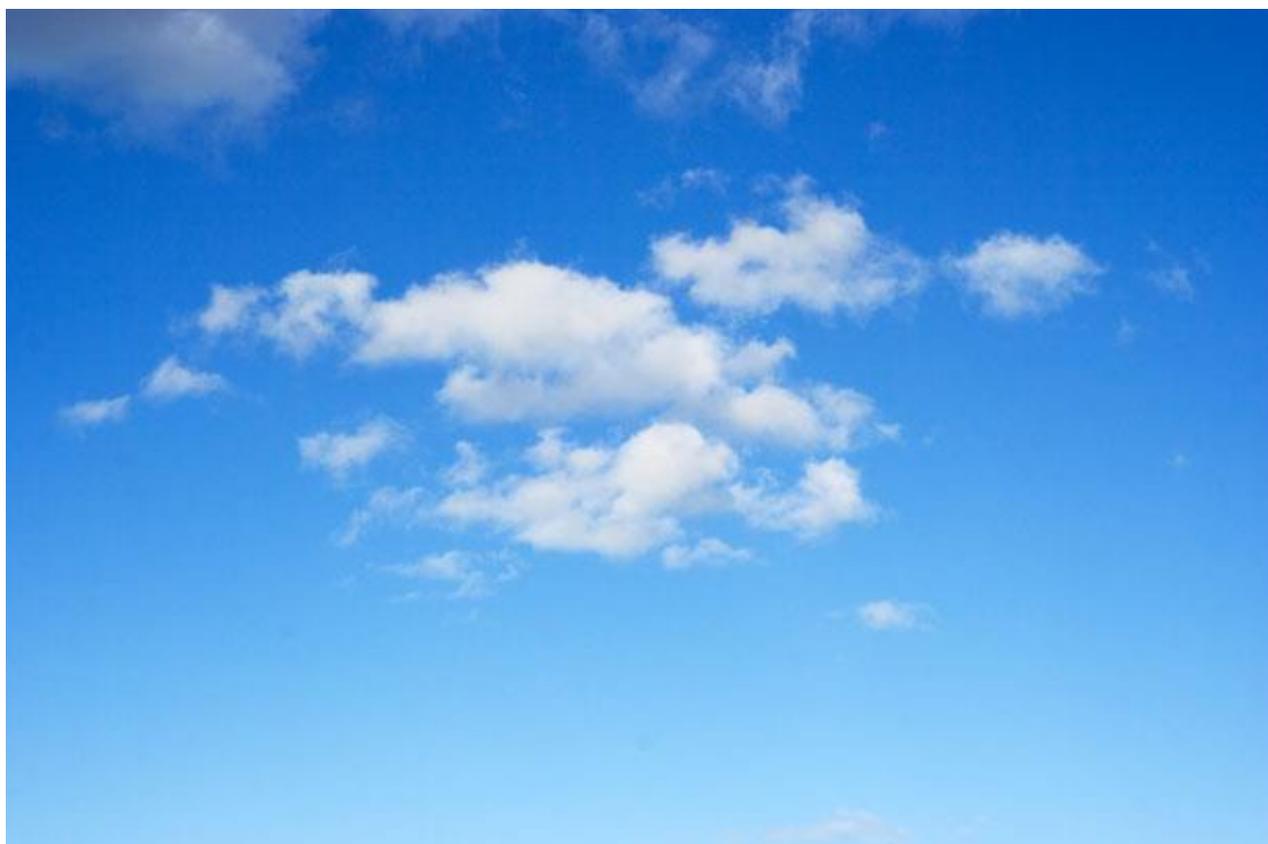


CIELI AZZURRI E NON



Risposta a una domanda comparsa su Quora:

[Perché il cielo è azzurro?](#)

Questa è una di quelle domande apparentemente semplici, alle quali mi diverte rispondere, probabilmente più di quanto l'eventuale lettore si diverta a leggere la mia risposta, perché aprono un mondo di riflessioni e di altre domande.

Infatti i motivi sono, nell'ordine:

I: Motivi accidentali.

1. Il fatto che esiste un'atmosfera terrestre.

Dimostrazione: le foto scattate sulla Luna, dove non c'è un'atmosfera di cui valga la pena parlare) mostrano un cielo nero (io sono uno di quei tipi un po' démodé che si ostinano a credere che sulla Luna l'Uomo ci sia andato sul serio). Qui uno si potrebbe chiedere: "Ma davvero la Luna non ha un'atmosfera?" No. Ma non l'ha mai avuta? Probabilmente la ebbe circa 3.5 miliardi di anni fa, a causa di eruzioni vulcaniche, e il vento solare la spazzò via in meno di cento milioni di anni (1). Ma questa è un'altra storia.

2. Il fatto che la luce solare, quale essa giunge al sommo dell'atmosfera, non sia unicamente gialla (il Sole è una "nana gialla"), ma **contenga tutti i colori dell'arcobaleno**. Niente cielo azzurro, se il Sole fosse una stella monocromatica, beninteso non azzurra!

Dimostrazione: basta far passare un raggio di luce solare attraverso un prisma, come fece Newton nel suo celebre esperimento (Cambridge, 1665).

La distribuzione della luce solare è data dal cosiddetto spettro:

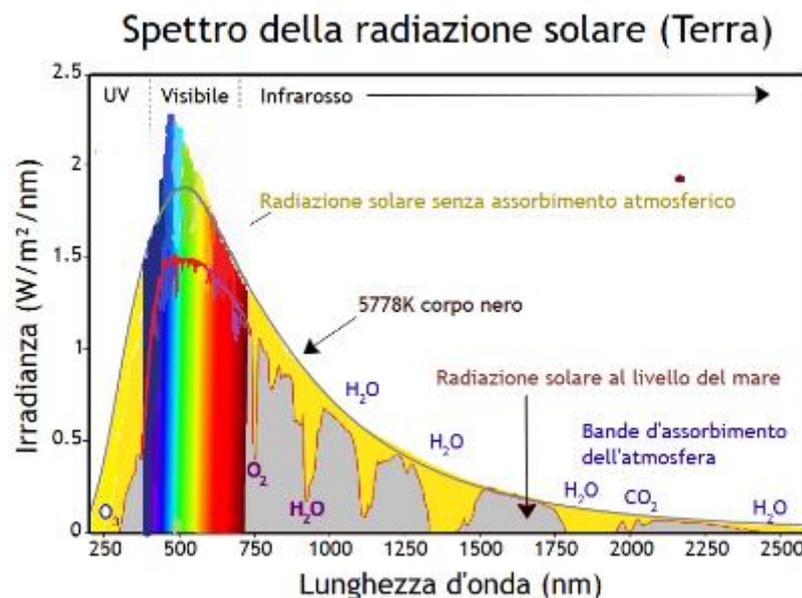


Fig.1. Spettro della radiazione solare sulla Terra.
Lunghezze d'onda in nanometri, ciascuno dei quali vale 10 Angstrom.

Procedendo dall'alto troviamo:

i) Il profilo frastagliato più alto, profilo della radiazione solare quale essa giunge al sommo dell'atmosfera, con le sue righe di assorbimento dovute all'atmosfera *solare*.

ii) La curva nera continua sottostante è la curva della radiazione di corpo nero corrispondente alla temperatura di 5778 gradi Kelvin.

iii) la curva sottostante frastagliata in rosso è il profilo della radiazione solare quale essa giunge al livello del mare, dopo di aver subito l'assorbimento dell'atmosfera *terrestre*, grandi avvallamenti gialli, provocato soprattutto dalle molecole di vapor acqueo (non dalle nuvole, che non sono composte solo da molecole di vapor acqueo, ma soprattutto da goccioline d'acqua. Il vapor acqueo è trasparente!) in varie bande di frequenza nell'infrarosso.

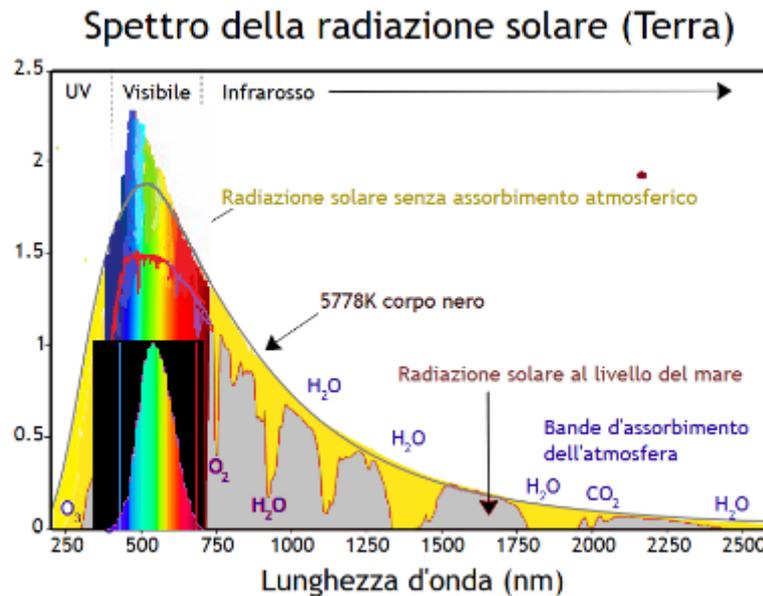


Fig.2 Curva di risposta dell'occhio umano alla luce solare. Essa modifica la curva rossa della radiazione a livello del mare, penalizzando i valori agli estremi e premiando il verde-celeste.

3) Il fatto che l'occhio abbia una sua risposta ai colori con un picco sul verde/celeste.

La figura 2 sovrappone alla figura precedente la curva (gaussiana) di sensibilità dell'occhio alle varie lunghezze d'onda. Questa va paragonata alla curva frastagliata rossa sovrastante. Un filosofo del Settecento avrebbe notato con stupore che il picco della sensibilità dell'occhio umano corrisponde più o meno al picco dello spettro solare e ne avrebbe lodato la provvida Natura. Ovviamente non è un caso. Animali che vivono sott'acqua hanno una diversa curva di sensibilità al colore, ma anche questo è un altro discorso. E si noti ancora che la risposta del nostro occhio evita le bande di assorbimento dell'acqua, altrimenti vedrebbe sempre come nella nebbia più o meno fitta.

Un pittore potrebbe dire: "Ma che ce n'importa del verde? Per vedere un cielo ancora più azzurro sarebbe meglio avere gli occhi che hanno una risposta con un picco sull'azzurro!". Già, ma perché abbiamo gli occhi? Per guardare il cielo o per vedere gli alberi, che ci danno riparo e cibo? Certo, se potessimo intervistare una pecora, ci risponderebbe che per quanto la riguarda, il cielo potrebbe essere arancione: quello che le occorre è vedere dove si trova l'erba.

Fin qui i dati naturali o, se vogliamo, accidentali: se il sole fosse una nana rossa invece che gialla, l'intero diagramma sarebbe spostato a destra, la sensibilità del nostro occhio avrebbe un picco nell'arancione, e il cielo ci apparirebbe forse verde. Eccetera eccetera.

Ora però introduciamo la fisica, vera su qualsiasi pianeta, in qualsiasi sistema solare, con qualsiasi atmosfera.

II. Motivi di fisica (classica)

(4) Il concetto principale è quello della **diffusione, o scattering della luce (userò indifferentemente i due termini)**, che è radiazione elettromagnetica. Se non ci fosse scattering, la luce andrebbe dritta dal sole al nostro occhio. Dato che i raggi solari si vedono solo quando essi (ovvero i fotoni (2)) arrivano al nostro occhio, li vedremmo solo quando arrivassero dritti dalla sorgente. "Ma no, osserverà qualcuno, i raggi solari si vedono benissimo anche di fianco: basta aprire una finestra, e si vedono i raggi di lato, che vanno dalla finestra al pavimento.

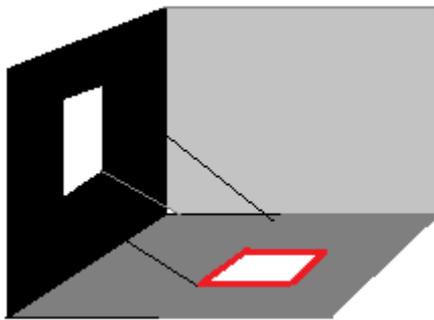


Fig.3a

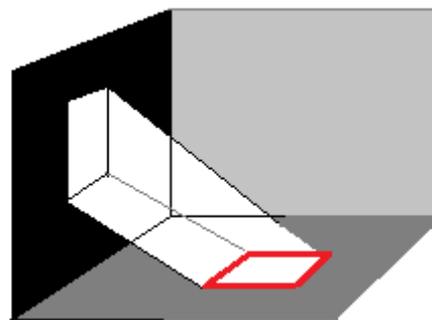


Fig. 3b

Fig.3a: come dovrebbe apparire la luce che entra da una finestra in una stanza;

Fig.3b: apparenza reale dovuta al pulviscolo esistente nella stanza.

Se non fosse possibile vedere i raggi di lato, non dovremmo vedere solo la finestra e il riquadro segnato in rosso sul pavimento, come nella fig.3a? Invece sappiamo tutti che vediamo la 3b"

La risposta è no, non possiamo vedere i raggi di lato. Se si guarda attentamente, nel raggio che crediamo di vedere di fianco distinguiamo un pulviscolo che appunto diffonde la luce in tutte le direzioni, tra le quali la nostra. Nell'atmosfera ci sono particelle di vari tipi che sono responsabili di questa diffusione: molecole di gas, goccioline d'acqua e altri liquidi, particelle di polvere e di fumo. Solo che, come vedremo, diffondono in modo diverso luce di diversa lunghezza d'onda.

All'inizio del secolo XX, vari fisici si curarono del problema che si riassume nella semplice domanda "perché il cielo è azzurro?" Uno di essi fu *John Tyndall*, che notò come la luce diffusa lateralmente da un fascio di luce intensa, grazie a "nanoparticelle" assumesse un colore azzurrino, e ipotizzò che a questo fatto potesse essere connesso il colore azzurro del

cielo. Non produsse alcun trattamento matematico del fenomeno, che viene spiegato soddisfacentemente con lo scattering *Rayleigh*. Ma si osservi la notevole figura 4 (3)



Fig.4

in cui si vede che la luce che attraversa l'opale è gialla, mentre quella che è diffusa lateralmente (dalle particelle dell'opale, che è un colloide) è azzurra. Anche se la teoria esplicativa è diversa da quella di Rayleigh, l'effetto visivo è simile: il sole, guardato direttamente, è giallino, il cielo è azzurro.

E qui arriva una piccola sorpresa: già qualcuno, 350 anni prima di Tyndall, aveva fatto osservazioni del genere e aveva affermato che il colore azzurro dell'aria non è proprio dell'aria, ma è prodotto da "atomi" che si trovano nell'aria. Era un italiano, un certo *Leonardo da Vinci*, il quale, nel suo "Trattato della pittura", scrisse:

N. 300 *Del Colore dell'aria.*

Dico l'azzurro in che si mostra l'arja non essere suo proprio colore, ma e causato da umidita calida vaporata in minotissimi e insensibili attomi, la quale piglia dopo se la percussio de' razzi solari e fassi luminosa sotto la oscurita delle immense tenebre della regione del fuoco che di sopra le fa coperchio; (4)

In poche righe, ci sono varie intuizioni, tra cui quella delle "immense tenebre" del cielo fra i pianeti. Va bene, la regione del fuoco non c'è più, ma sembra quasi che Leonardo sia stato sulla stazione spaziale.

Dunque gli scienziati si prefissero lo scopo di calcolare la probabilità che la luce venga diffusa in una direzione che forma un angolo θ con la direzione d'arrivo della radiazione luminosa e, eventualmente, la dipendenza di questa probabilità dalla lunghezza d'onda della radiazione.

Qui, come sovente avviene nei fenomeni, acustici o luminosi, in cui entrano lunghezze d'onda, è importante il confronto fra la lunghezza d'onda della radiazione e le dimensioni delle particelle che la diffondono o altri oggetti in cui le onde si imbattono.

John William Strutt, terzo barone di Rayleigh (più brevemente noto come *Lord Rayleigh*) calcolò una sua formula applicabile al caso in cui le particelle responsabili della diffusione sono le molecole o gli atomi dei gas dell'aria. La lunghezza d'onda della luce visibile varia tra 3800 e 7400 Angstrom, mentre una molecola ha dimensioni di qualche Angstrom, quindi assai più piccola della lunghezza d'onda della luce. Il calcolo non è proibitivo (II anno di Fisica o Ingegneria), anche se Rayleigh ci lavorò dal 1871 al 1899, naturalmente

applicando la sua formula a diverse situazioni – e facendo anche altro. Le ipotesi, oltre alla principale citata, della *piccolezza della particella rispetto alla lunghezza d'onda*, sono:

1) che la particella, se è neutra, si *polarizzi* sotto l'effetto del campo dell'onda elettromagnetica (*polarizzarsi* significa che le cariche positive si separano da quelle negative grazie al campo elettrico esterno. Qui si fa l'astrazione che ciò possa avvenire anche in una particella puntiforme);

2) che essa possa essere quindi trattata come *la più semplice antenna dipolare*, e il problema diventi un problema di diffusione dipolare. L'approssimazione è tanto migliore quanto più lunga è la lunghezza d'onda rispetto alla particella, per non eccitare in molecole complesse modi multipolari di polarizzazione, che complicherebbero il calcolo.

3) che la *lunghezza dell'onda incidente sia eguale a quella dell'onda diffusa* (scattering o diffusione elastica, in cui l'onda mantiene la sua energia). Ciò non avviene (**Compton** scattering) quando l'onda elettromagnetica urta un elettrone libero, a meno che l'energia del fotone non sia molto inferiore all'energia di massa dell'elettrone e l'urto divenga praticamente elastico (**Thomson** scattering).

Il risultato di Rayleigh è:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{8\pi^4\alpha^2}{\lambda^4 R^2} (1 + \cos^2\theta)$$

dove I è l'intensità della luce diffusa, e I_0 è l'intensità della luce incidente. La probabilità di diffusione è quindi data dal secondo membro, in cui α è la polarizzabilità della molecola (*anche se considerata puntiforme*) e θ è l'angolo di diffusione, cioè l'angolo fra il vettore della direzione originaria del fotone e la direzione dell'onda diffusa, la cui lunghezza d'onda, conservatasi nel processo, è λ .

Siccome la polarizzabilità α in unità cgs è data in cm^3 , il membro di destra è dato dal quadrato di una distanza diviso R^2 , la distanza della sorgente del flusso luminoso I_0 .

Quindi $\frac{8\pi^4\alpha^2}{\lambda^4} (1 + \cos^2\theta)$ ha le dimensioni di un'area, ed è detto "**sezione d'urto**" (angolare), in inglese "**cross section**", due nomi esplicativi per dare un'idea concreta della probabilità che un certo sistema sia suscettibile di partecipare ad un dato fenomeno.

La cosa si vede forse meglio se moltiplichiamo numeratore e denominatore per 4π :

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{(4\pi R^2)} \frac{32\pi^5\alpha^2}{\lambda^4} (1 + \cos^2\theta)$$

Il rapporto tra flusso diffuso e flusso entrante è dato dal rapporto tra un'area (la sezione d'urto in questo caso dipendente da θ) e l'area su cui si è diffusa la luce partita dalla sorgente a distanza R .

La sola dipendenza angolare è da parte del fattore $(1 + \cos^2\theta)$, dato in Fig.5.

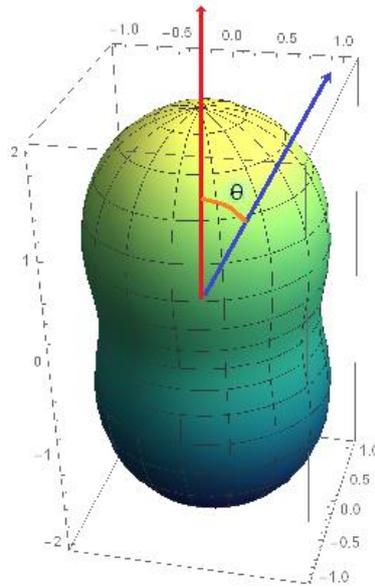


Fig.5: diagramma della dipendenza angolare $(1 + \cos^2\theta)$ della sezione d'urto Rayleigh (che è cilindricamente simmetrica).

Possiamo brevemente discutere il risultato:

1) il **fattore angolare** presenta una simmetria avanti-indietro, ed ha simmetria cilindrica (non dipende dall'angolo ϕ intorno al fascio luminoso incidente, qui disegnato in rosso). Anche se la "probabilità di diffusione" è minima sulla banda equatoriale ($\theta = 90^\circ$), vediamo che essa non è nulla. Il diagramma ci dice inoltre che la sezione d'urto è *quasi* isotropa, cioè può spedire i fotoni diffusi *quasi* egualmente in tutte le direzioni.

La **sezione d'urto totale**, ottenuta integrando sugli angoli θ e ϕ non fa altro che aggiungere un fattore dato da un integrale elementare, come segue:

$$2\pi \int (1 + \cos^2\theta) \sin\theta \, d\theta = 16\pi/3$$

che, sfruttando il fatto che $\sin\theta \, d\theta = -d \cos\theta$, produce un bel fattore $128 \pi^5/3$, ma non cambia il termine più importante, cioè la dipendenza da λ^{-4} . (Supponendo che la sezione d'urto sia isotropa, cioè a simmetria sferica, e integrando, troveremmo un valore 4π , invece che $16\pi/3$, cioè $3/4$ del valore corretto).

2) Il **fattore λ^{-4} è cruciale** in quanto dice che mentre la radiazione di onda lunga (rossa/gialla) viene poco diffusa, e quindi *solo in piccola parte viene rimossa dal flusso originario diretto dal sole al nostro occhio*, la luce di onda più corta è più diffusa, con due risultati: è rimossa dal flusso originario e viene emessa in altre direzioni. Ma questo significa che gli atomi e le molecole dell'aria agiscono come i granellini di polvere che ci permettono di vedere di lato un fascio di luce che entra in una stanza, cioè irradiano luce, in questo caso azzurra, per la dipendenza della sezione d'urto dalla lunghezza d'onda, per cui vediamo "di lato" raggi di luce azzurra inizialmente non diretti a noi.

Il fattore λ^{-4} non avrebbe un'enorme importanza tra 4000 e 7000 Angstrom, come mostra la figura annessa, da cui si desume che la diffusione di un raggio azzurro è in media 3.5 volte più probabile di quella di un raggio rosso, ma è già abbastanza sostanziale.

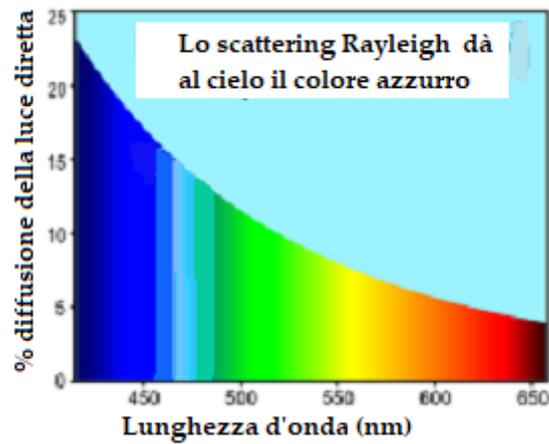


Fig.6

Dipendenza dello scattering Rayleigh dalla lunghezza d'onda.

In ogni caso, composto con gli altri effetti trattati in precedenza, ha l'effetto di far scomparire la candidatura del violetto come colore del cielo.

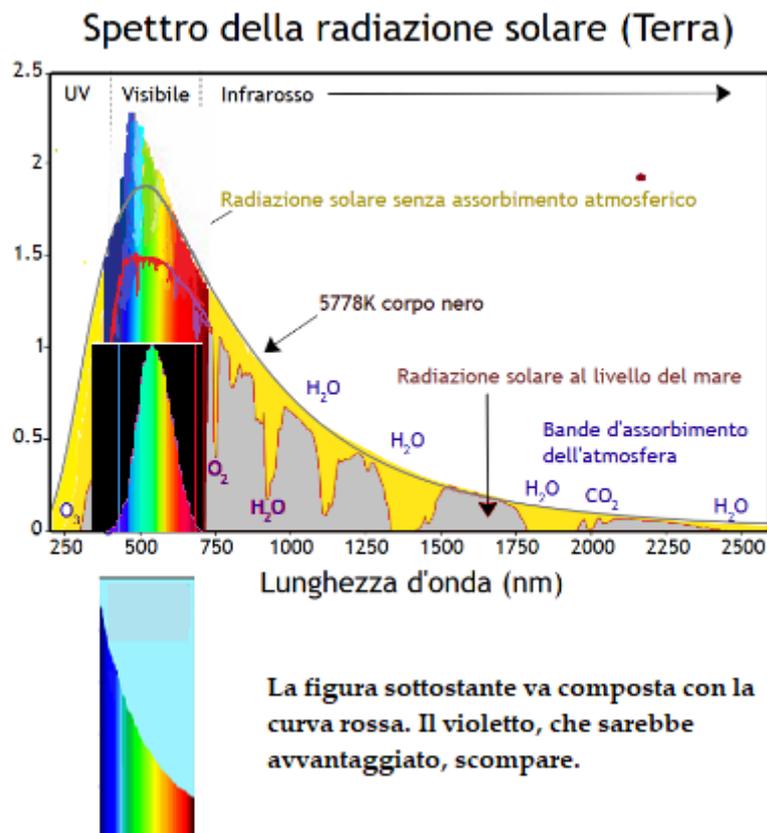


Fig.7. I vari elementi che entrano nello scattering Rayleigh applicato alla luce solare

L'azzurro del cielo è comunque una miscela di violetto, blu, azzurro e verde, pesata secondo le varie componenti presenti nello spettro solare, ed elaborate dall'assorbimento atmosferico, dallo scattering Rayleigh e dalla sensibilità del nostro occhio ai colori.

Per semplificare ancora, possiamo dire che il cielo è azzurro e lo scattering Rayleigh ne spiega decentemente la ragione.

Schematicamente ciò che avviene alle differenti lunghezze d'onda è dato nella Fig. 8.

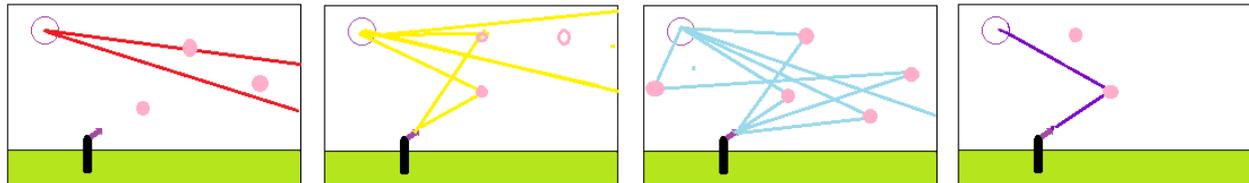


Fig.8 a

Fig.8b

Fig.8c

Fig.8d

In questo schema si vede (Fig.8 a) che il sole emette due fotoni rossi, ma l'uomo che guarda in diversa direzione (trattino porpora) non li vede, perché non sono diffusi verso di lui dai centri di diffusione (atomi, molecole etc.) indicati con circoletti rosa. In figura 8b il sole emette quattro fotoni gialli, due dei quali sono diffusi verso l'osservatore. In figura 8c il sole emette cinque fotoni azzurri, quattro dei quali sono diffusi verso l'osservatore. In figura 8d il sole emette un solo fotone violetto, che è diffuso verso l'osservatore. Mettendo insieme tutto, l'osservatore quindi riceve: zero fotoni rossi, due gialli, quattro azzurri, uno violetto, e ne deduce che il cielo è soprattutto azzurro.

Inutile aggiungere che lo scattering Rayleigh, producendo luce azzurra da tutto il cielo, rende impossibile vedere le stelle di giorno, in condizioni normali.

Complementi.

I. Il lettore curioso può chiedersi che succede se la diffusione è causata da **particelle di dimensioni confrontabili con la lunghezza d'onda** della radiazione incidente, o superiori ad essa. La risposta a questo problema fu data nel 1908 da Gustav Mie, il quale trovò la soluzione completa per lo scattering della radiazione elettromagnetica di qualsiasi lunghezza d'onda da particelle di ogni dimensione. Nel caso in cui le particelle abbiano dimensioni assai più piccole della lunghezza d'onda, la soluzione di Mie diviene quella di Rayleigh, valida, come si è detto per particelle puntiformi.

https://it.wikipedia.org/wiki/Scattering_Mie

Il problema, pur riferendosi unicamente a particelle sferiche o cilindriche, non è di piccola difficoltà matematica. Ad esempio il Jackson, nella sua "Classical Electrodynamics", che di rado si lascia intimidire dalle difficoltà di calcolo, tratta solo il caso dello scattering su una sfera di raggio a , quando $2\pi a/\lambda$ è al più eguale a 1. La soluzione non è banale neppure in questo caso semplificato, e il lettore curioso e preparato la può trovare al capo 10 del libro menzionato.

Lo scattering Mie (a volte indicato come scattering di particelle non molecolari o di aerosol) avviene nei 4,5 km più bassi dell'atmosfera, dove possono essere presenti molte particelle sostanzialmente sferiche con diametri all'incirca pari alla dimensione della lunghezza d'onda dell'energia incidente, o anche assai maggiori, come gocce d'acqua o altri liquidi in sospensione (la nebbia e le nuvole sono esempi di aerosol), nonché polvere, fumo, polline. La teoria di scattering di Mie non ha limiti di dimensione superiore e converge al limite dell'ottica geometrica per particelle grandi.

A rigore, le goccioline d'acqua che compongono le nuvole dovrebbero essere trattate secondo la teoria dello *scattering Mie*. Tuttavia, almeno per quanto riguarda il colore, si può dare un argomento qualitativo dovuto a Feynman e quindi, per definizione, soddisfacente (vedi più avanti, V, VI).

Una semplice applicazione è dovuta al fatto che mentre il *Rayleigh scattering* è quasi isotropo e fortemente dipendente dalla lunghezza d'onda, il che permette alla luce diffusa di raggiungerci anche non direttamente dalla sorgente, il *Mie scattering* privilegia la radiazione diffusa in avanti, cioè nella stessa direzione della radiazione in arrivo, ed è quasi indipendente dalla lunghezza d'onda.

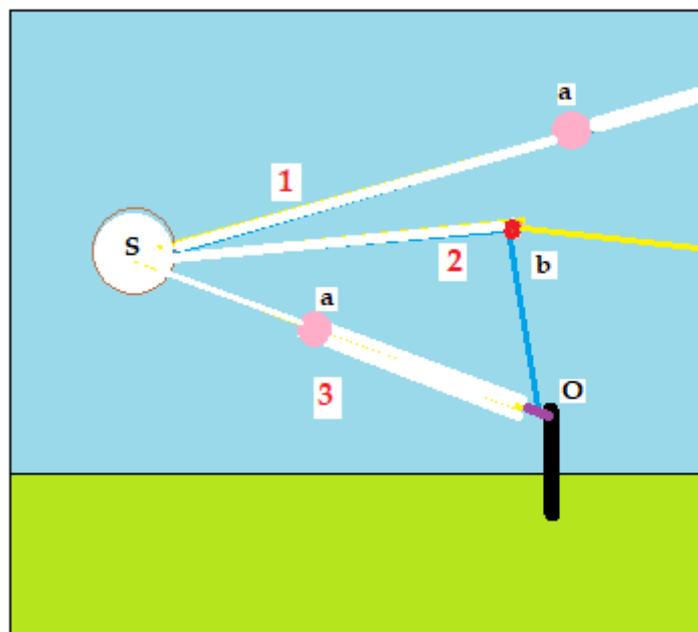


Fig. 9

In questa figura le particelle grandi (scattering Mie) sono rosa, quelle piccole (scattering Rayleigh) sono rosse. Il raggio 1 ha uno scattering Mie (esagerato) in avanti per tutte le lunghezze d'onda. Non cambia il colore del cielo, perché l'osservatore O non lo riceve. Il raggio 2 ha uno scattering Rayleigh, che devia poco la luce gialla, e molto quella azzurra: l'Osservatore vede la luce azzurra. Infine il raggio 3 viene diretto dal sole e, per scattering Mie, crea un (piccolo) alone bianco intorno al sole: l'angolo di scattering è piccolo, ed eguale per tutte le lunghezze d'onda. Di qui il colore bianco dell'alone. La spiegazione di altri aloni, per esempio con un angolo di apertura di 22 gradi, frequentemente osservati, è assai più complessa.

II. Una seconda domanda è: Perché il cielo non è violetto? Si è già data la risposta: i diagrammi dati spiegano come, nonostante lo scattering Rayleigh favorisca il violetto,

a) l'assorbimento atmosferico appiattisca il profilo dando egual peso al verde e all'azzurro. Esso, tuttavia, cade rapidamente nel violetto.

b) la sensibilità dell'occhio umano penalizzi ulteriormente il violetto.

(mi scuso per la poca chiarezza dei miei diagrammi, alla quale spero che sopperirà la buona volontà dell'eventuale lettore.)

III. Terza domanda: Perché il cielo è rosso e giallo, invece che azzurro, di sera? La risposta è data dal diverso cammino che la luce solare deve percorrere nell'atmosfera se il Sole è allo zenith (A), o all'orizzonte (B).

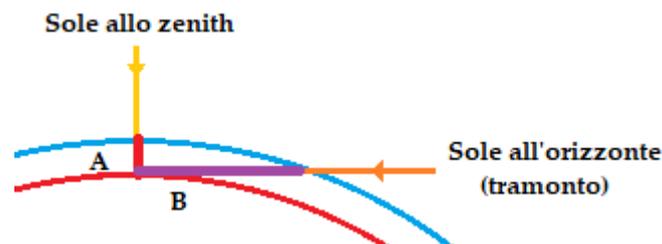


Fig.10

La diffusione o "scattering" dipende dal numero di particelle che la luce incontra sul suo percorso. Più particelle significano più scattering, e si calcola che il numero di particelle urtate da un raggio proveniente dall'orizzonte sia circa 38 volte maggiore di quelle urtate da un raggio proveniente dallo zenith. A questo punto anche i raggi rossi e gialli vengono diffusi in tutte le direzioni, mentre quelli azzurri sono quasi totalmente rimossi dalla luce solare: il sole quindi ci appare rosso e il cielo si arrossa. Se col sole allo zenith avessimo uno spessore infinito di atmosfera avremmo eguale diffusione di tutte le lunghezze d'onda e quindi un cielo di colore.... bianco.

Il famoso "raggio verde", è un fenomeno reale, che dipende dal verificarsi di complicate condizioni di temperatura e pressione. Pare che la causa primaria sia un'inversione di temperatura, cioè che strati più alti dell'atmosfera siano più caldi di quelli più bassi, condizione inconsueta. Esso è visibile per un massimo di due secondi al di sopra del sole appena tramontato, o che sta per sorgere (quindi tanto all'alba quanto al tramonto, ma per vedere il raggio verde dell'alba occorre conoscere con esattezza l'ora del sorgere del sole). *Non ho trovato una spiegazione semplice di questo fenomeno (e temo che non ci sia).*

IV. Quarta domanda: Perché di notte, anche con la luna piena, il cielo resta oscuro?

A parte il fatto che il cielo mantiene una sua debole luminosità ed è in effetti blu scuro, la luminosità della Luna e di altri astri è insufficiente a produrre un cielo azzurro. *Vengono*

emessi pochi fotoni e quindi pochi fotoni sono diffusi. Il cielo diventa trasparente. Come ho notato, la luce azzurra diffusa durante il giorno grazie allo "scattering Rayleigh" è responsabile del fatto che, in condizioni normali, di giorno non si vedono le stelle.

Ma che il cielo non sia completamente oscuro è provato dal fatto che anche di notte si vede la silhouette nera di piante ed edifici proiettata contro il cielo blu scuro.

Tra l'altro, di notte e in altre condizioni di scarsa luminosità, entra anche in gioco un effetto segnalato fin dal 1819 dal ceco **Jan Evangelista Purkinje**: la natura ha sviluppato i "bastoncelli" dell'occhio (sensibili al bianco/nero), in modo che in condizioni di bassa luminosità, la gaussiana della sensibilità dell'occhio ai colori (Fig.2) è spostata verso le onde corte. Purkinje disse che quando sorgeva il sole, il blu era il primo colore che vedeva, il rosso l'ultimo. Per questo, di notte, il cielo appare più blu (anche se di debolissima intensità) di quanto non si dedurrebbe dalle spiegazioni già date.

V. Quinta domanda: Vapore d'acqua e nuvole. Perché il vapor d'acqua è invisibile in un cielo azzurro, cioè partecipa dello scattering Rayleigh come le altre molecole, mentre le nuvole, che altro non sono che vapor acqueo condensato in goccioline, riflettono la luce in modo assai visibile?

La mia spiegazione sarà molto qualitativa, (è ispirata al *Feynman, vol.I, 32.5*), ma non dovrebbe essere né troppo oscura né troppo fuorviante.

Anzitutto si deve notare che *l'energia portata dall'onda elettromagnetica è proporzionale al quadrato del campo elettrico dell'onda*. Questo risultato può essere reso rigoroso attraverso il teorema di Poynting (https://it.wikipedia.org/wiki/Teorema_di_Poynting) del 1884, ma forse basta notare che il campo elettrico **E**, per esempio di un'onda elettromagnetica, agendo su una carica, le impartisce spostamento, accelerazione, velocità, tutte proporzionali a **E**. Quindi impartisce alla particella carica un'energia cinetica proporzionale a v^2 e quindi a E^2 . Conclusione, *l'energia trasmessa dall'onda è proporzionale al quadrato del campo elettrico (medio, dato che abbiamo a che fare con un'onda)*. Se l'onda agisce su due cariche, e ne viene riemessa, che dobbiamo fare? La risposta è che prima si sommano i due campi elettrici – vettori oscillanti - e poi si fa il quadrato.

Il modo formalmente più semplice di eseguire questa somma è quello di utilizzare dei vettori complessi, nel seguente modo (supponiamo che il modulo **E** dei campi elettrici sia lo stesso):

$$\begin{aligned} |E e^{i\varphi_1} + E e^{i\varphi_2}|^2 &= (E e^{i\varphi_1} + E e^{i\varphi_2})(E e^{-i\varphi_1} + E e^{-i\varphi_2}) = \\ 2E^2 + E^2(e^{i(\varphi_1-\varphi_2)} + e^{-i(\varphi_1-\varphi_2)}) &= 2E^2 + 2E^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \end{aligned}$$

avendo usato un po' dell'armamentario del calcolo con le variabili complesse.

Come si calcoli la fase ci importa poco, in senso qualitativo. Semplicemente, se la fase è circa la stessa, il coseno vale 1; se la differenza di fase vale π , il coseno vale -1. Quindi, se le due cariche sono in fase, la somma delle intensità vale $4E^2$, se sono in opposizione di fase vale 0. Se abbiamo n cariche in fase, quindi, otteniamo un'energia $(nE)^2$.

L. a cariche, poi, possono oscillare sfasate, cioè né in fase né in opposizione di fase, ciò che è abituale se sono abbastanza lontane, perché si sa sperimentalmente (e si calcola teoricamente) che l'emissione di un oscillatore ottico avviene in "treni d'onda" di brevissima durata (circa 10^{-8} s). In tal caso, facendo la media su tempi più lunghi, il coseno varrà zero, e l'intensità di emissione sarà data da nE^2 . In pratica, si può dimostrare che cariche lontane le une dalle altre sono in media sfasate, mentre le cariche vicine possono essere in fase. Si osservi la figura seguente:

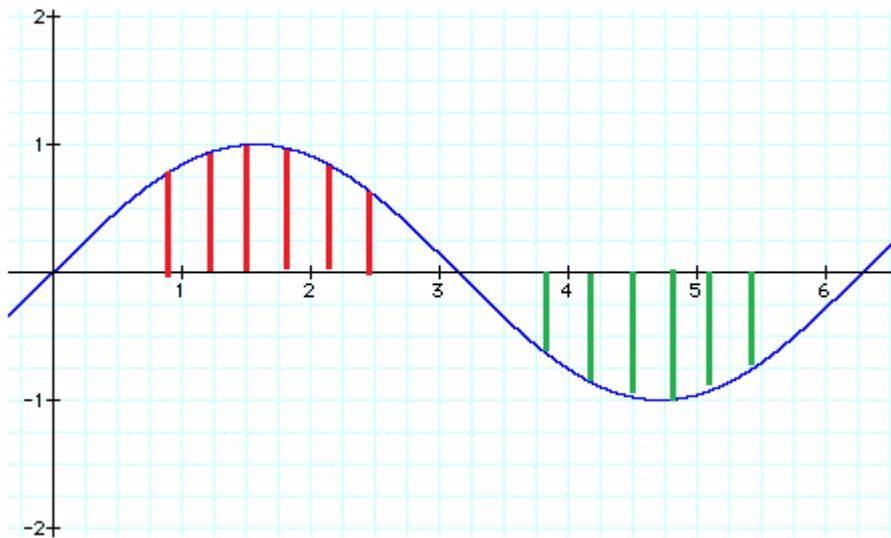


Fig.11

In questa figura tutti i segmenti rossi, che rappresentano i campi elettrici di sei antenne dipolari, sono più o meno in fase. L'intensità totale vale circa $6^2 = 36$ (qui il modulo E vale 1). Anche l'Intensità totale dei campi verdi vale 36. Ma, se mettiamo insieme le due mezzelunghezze d'onda, vediamo che i campi si cancellano a due a due, e il campo totale è 0. In altre parole, finché le particelle stanno in una mezza lunghezza d'onda restano in fase, quando ne escono, vanno progressivamente fuori fase. Dato che questo secondo caso è meno probabile del primo (occorrono 12 campi adeguatamente disposti invece di 6), si può dimostrare che in realtà l'energia media emessa da n antenne eguali incoerenti (né in fase né in controfase) è $n E^2$, in questo caso 12 (5).

Questo ragionamento spiega quello che succede in una goccia d'acqua. Ci sono blocchi di n particelle vicine che oscillano in fase e quindi producono una forte radiazione, proporzionale a n^2 . In un gas, invece, le particelle sono più lontane, e possono essere considerate come incoerenti, producendo una radiazione proporzionale a n . Il risultato è che mentre le singole molecole di vapor acqueo possono essere considerate puntiformi e irradiano luce azzurra come quella di un gas qualsiasi, perdendosi nell'azzurro del cielo, una volta che la nuvola si è formata, le goccioline d'acqua che ne fanno parte irradiano assai di più, e vediamo nuvole bianche spiccare su uno sfondo azzurro meno brillante.

Talvolta una nuvola ha porzioni grigie: questa sono normalmente formate dall'ombra di altre nuvole o parti della nuvola sulla nuvola stessa.

VI. Sesta domanda: Perché le nuvole, allora, non sono di un colore azzurro intenso?

Già, se tutte le particelle eseguono una diffusione Rayleigh in fase, le nubi non dovrebbero essere di un intenso color azzurro? Perché sono bianche?

La risposta sta nelle differenti lunghezze d'onda. La luce rossa irradia, abbiamo visto, 3.5 volte meno di quella azzurra (Fig.6), ma la sua lunghezza d'onda in media è 1.5 volte più lunga. Può quindi avere in fase 15 particelle contro 10 azzurre, con radiazione in rapporto $(1.5)^2 = 2.25$. Non è proprio ancora 3.5, ma andiamo nella direzione giusta, e il nostro approccio è abbastanza rozzo da accettare un risultato qualitativo. In pratica avviene una compensazione tra maggiore lunghezza d'onda e minore sezione d'urto, che fa in modo che tutte le lunghezze d'onda siano egualmente diffuse, producendo così...luce bianca.

Ma che succede al tramonto? Le nuvole ricevono dal sole luce rossa, perché le componenti di minor lunghezza d'onda sono state eliminate dallo scattering Rayleigh, e, per colpa del Mie Scattering, riflettono la luce che ricevono, che è rossa. Per questo anche il cielo appare rosso o arancio se ci sono nuvole, anche molto tenui.

VII. Settima domanda: nello spazio, il sole ci apparirebbe di colore diverso da quello (bianco giallino) osservato sulla Terra?

Se si è seguito quel che ho detto finora, non si può sbagliare la risposta. Il sole apparirà perfettamente bianco, perché lo scattering Rayleigh (non essendo presente per mancanza di atmosfera) non avrà rimosso le componenti azzurre e violette dallo spettro solare. In quanto al cielo, apparirebbe perfettamente nero, non come il cielo notturno sulla Terra, in cui è sempre presente una componente azzurra, anche se minima, ma percettibile, prodotta dallo scattering Rayleigh della luce stellare.

VIII. E gli astronauti che andranno su altri pianeti su cui ci sia un'atmosfera, vedranno ovunque un cielo azzurro?

Effettivamente, le poche regole che abbiamo dato, bastano a spiegare il colore del cielo terrestre. Ci aspetteremmo quindi di poter applicare le stesse regole ai cieli di tutti i pianeti del sistema solare (stesso sole) dotati di atmosfera. Dopo tutto, lo scattering Rayleigh dovrebbe continuare a dominare, poiché continuerebbe a valere l'approssimazione di onde elettromagnetiche lunghe rispetto agli atomi/molecole di gas.

Si trova invece che le cose non sono così semplici, e la Terra è in certo senso eccezionale nella sua normalità. Il caso è trattato nell'articolo

https://en.wikipedia.org/wiki/Extraterrestrial_skies, in inglese.

Riassumo brevemente, come sempre con qualche complemento se necessario.

MERCURIO: l'atmosfera di Mercurio è assai tenue e dinamica, nel senso che viene continuamente creata e distrutta: creata dal decadimento di sostanze radioattive e dal vento solare, e distrutta dal vento solare stesso. Questo continuo processo, però, non dovrebbe cambiare il colore del cielo. In ogni caso la pressione atmosferica non supera mai i 10^{-11} bar. Sulla Terra la pressione atmosferica a livello del mare è circa un bar. Quindi, **cielo nero** (*forse* con una impercettibile, ma secondo me misurabile luce blu dovuta all'effetto Purkinje – vedi IV).

VENERE: l'atmosfera di Venere è assai più densa e calda di quella terrestre. Al suolo, la pressione è circa 94 volte quella terrestre. La composizione è 96.5% CO₂, 3.5% azoto, con tracce di altri gas. Dense nuvole di acido solforico coprono il cielo. Di giorno non si vede il sole, di notte non si vedono né i pianeti né le stelle. Le sonde sovietiche Venera sembrano indicare che di giorno il cielo è **color arancio**. Certamente, l'alta densità dell'atmosfera fa in modo che tutte le lunghezze d'onda siano diffuse come al tramonto sulla Terra. Anche qui, nuvole e nebbie contenenti gocce di liquido condensato, rifletterebbero per scattering Mie tutte le lunghezze d'onda che ricevono, ma ricevono solo quelle rosse/arancione dal Sole, perché quelle azzurre sono state rimosse dallo scattering Rayleigh. Questa, almeno, è la mia spiegazione.

MARTE: Riporto tre immagini di Marte, tratte da Wikipedia.



Fig. 12

L'atmosfera di Marte è poco densa (pressione alla superficie $6 \cdot 10^{-3}$ dell'atmosfera terrestre) con predominio di CO₂ (95%), ma estremamente polverosa. Marte è famoso per le tempeste di polvere, che possono talvolta coinvolgere l'intera superficie del pianeta (come nel giugno 2018). Fare fotografie del cielo marziano non è facile, come testimoniano le due foto al tramonto. Esse sono in genere elaborate a Terra per sottolineare determinati aspetti scientifici e sono poco affidabili. Il cielo di giorno è dunque color terra di siena chiara,

caramello (“**butterscotch**” in americano), **rosa** all’alba e al tramonto, **azzurro** in vicinanza del sole al tramonto. Per la scarsa densità di gas, lo scattering Rayleigh non predomina, mentre, grazie alle particelle di polvere, predomina lo scattering Mie. Questo dovrebbe lasciare immutate le lunghezze d’onda della radiazione diffusa, ma le particelle di polvere, costituite soprattutto da ossidi di Fe(III), 1% in volume, assorbono la radiazione azzurra e diffondono la radiazione rossa, arancione, gialla. All’alba e al tramonto una lieve predominanza del rosso nella luce solare (il maggior strato di aria attraversato rimuoverebbe il giallo) darebbe il color rosa. Il colore azzurro-violetto al tramonto potrei spiegarlo pensando che alla fotografia sia stato applicato un filtro che riproduce la sensibilità dell’occhio umano. A questo punto potrebbe quindi entrare in gioco l’effetto Purkinje (che però riguarda il nostro occhio e non la luce diffusa), il quale oscurerebbe gradualmente le lunghezze d’onda maggiori (rosso e arancione) lasciando infine l’azzurro e il violetto. All’alba i colori dovrebbero seguire la successione inversa. Di giorno, oppure se il filtro non è presente, il colore azzurro potrebbe essere dovuto a diffusione da parte di cristalli di ghiaccio nelle nubi (*sic dixit* Wikipedia).

GIOVE: non esistono fotografie del cielo di Giove, solo rappresentazioni ideate da artisti, che privilegiano il colore blu nell’alta atmosfera, presumo dovuto a scattering Rayleigh, (l’irradiazione solare è circa 1/27 di quella sulla Terra). Scendendo nell’atmosfera, si entrerebbe nella zona delle nuvole e foschia e si troverebbe che non c’è una netta transizione fra i bassi strati dell’atmosfera e la superficie liquida del pianeta: la zona in cui la pressione è 10 bar (1 bar è circa eguale a un’atmosfera) è presa come superficie del pianeta.

Se l’atmosfera di Giove fosse tranquilla, ci troveremmo quindi in un caso simile a quello del tramonto terrestre, con un sole rosso arancio, perché ne sarebbe rimossa la componente verde-azzurra-violetta (scattering Rayleigh), e la risultante luce rossa-arancione verrebbe diffusa per scattering Mie dalle nuvole.

Questo quadro idilliaco, però, viene gravemente perturbato dalla forte turbolenza atmosferica. In https://en.wikipedia.org/wiki/Atmosphere_of_Jupiter si può vedere un’animazione della turbolenza atmosferica di Giove. È accelerata 600000 volte, ma dà un’idea: sappiamo inoltre che non mancano violente tempeste accompagnate da scariche di fulmini assai più potenti di quelli terrestri.

Come è noto, l’atmosfera di Giove appare suddivisa in fasce parallele all’Equatore, relativamente stabili, di diverso colore e aspetto. Le fasce scure sono dette *bande*, quelle chiare *zone*. Nelle varie fasce (oltre a due calotte polari, se ne distinguono tredici, non perfettamente simmetriche rispetto all’Equatore nell’emisfero settentrionale e in quello meridionale) si vedono colori di ogni sorta, specialmente blu, bruno, rosso, grazie, come afferma Wikipedia, a “complicati composti di solfo, fosforo e carbonio”, non meglio identificati. La situazione è quindi diversa dallo scattering Rayleigh: questo è indipendente dalle proprietà delle molecole coinvolte, mentre nell’atmosfera di Giove sarebbero le proprietà di assorbimento, emissione e riflessione dei vari composti chimici

presenti a predominare. Il colore delle *zone* chiare, ad esempio, potrebbe essere dovuto a ghiaccio di ammoniaca, ma non esiste una teoria universalmente accettata dell'origine di queste fasce né dei colori del cielo di Giove. In particolare, la ragione del color rosso della celebre "grande macchia rossa" (probabilmente il più grande vortice del sistema solare) è in pratica ignota.

L'osservatore che dalla "superficie" guardasse il cielo di Giove vedrebbe cieli diversi a seconda della latitudine a cui si trova.

SATURNO: Si sa dalla sonda Cassini (2005) che il cielo di Saturno, visto dall'alta atmosfera è blu (presumo a causa dello scattering Rayleigh). Tuttavia, il colore delle nuvole fa prevedere che il colore divenga giallastro a maggior profondità. Le fasce parallele all'equatore di Saturno, in cui appare suddivisa l'atmosfera del pianeta, sono affini a quelle di Giove, ma assai meno marcate. Pare comunque che i venti su Saturno, a oltre 1000 km/h, siano assai più violenti che su Giove, anche se meno che su Nettuno. Esistono strati di nuvole di diversa composizione, quasi tutte costituite da particelle di ghiaccio formato da diversi composti (nell'ordine, dall'alto: ammoniaca, idrosolfuro d'ammonio (NH₄SH), acqua, soluzione acquosa di acqua e ammoniaca). Tempeste che si presentano come grandi macchie bianche si presentano con cadenza trentennale (un anno di Saturno). Anche qui, si può pensare a scattering Rayleigh negli strati alti, e scattering Mie in quelli bassi.



Ma non tutto è chiaro: il cielo dell'emisfero settentrionale è blu, quello dell'emisfero meridionale è giallo. Si pensa che ciò sia dovuto al fatto che al perielio l'emisfero meridionale è rivolto verso il sole e vi si sviluppa uno smog stagionale giallastro. Invece, l'emisfero settentrionale è rivolto verso il sole all'afelio, e quindi troppo lontano per sviluppare uno smog stagionale. Così il cielo resterebbe azzurro. Saturno all'afelio dista dal sole 10% più del perielio. Sarà sufficiente? Un'altra curiosità atmosferica è la formazione esagonale di nuvole intorno al polo nord, con lati di 13800 km.

TITANO, il maggior satellite di Saturno, ha un'atmosfera (che aveva fatto credere per un certo tempo che avesse dimensioni maggiori di Ganimede, satellite di Giove e maggior satellite del sistema solare). La pressione atmosferica alla superficie di Titano è circa 1.5 volte la pressione dell'atmosfera alla superficie terrestre.

Fig. 13

La sonda Huygens mostra che il cielo di Titano è color terra di siena chiara: atmosfera opaca, arancione, omogenea. L'azoto è il maggior componente, con metano e altri composti organici. Esistono nuvole di metano. Con la sua spessa atmosfera e pioggia di metano, Titano sembra essere l'unico corpo del sistema solare, oltre alla Terra, in cui sono possibili arcobaleni (sfortunatamente per la maggior parte nell'infrarosso). Anche qui, l'alta atmosfera dovrebbe essere azzurra per scattering Rayleigh.

URANO: giudicando dal colore dell'atmosfera vista dall'esterno, il cielo di Urano è probabilmente di un colore blu pallido/ciano (glaucò).



Fig. 14

Cielo di Urano a sera, con il satellite Ariete (simulazione). La bassa luminosità solare, dovuta alla distanza, causa una bassa riflessione sulle lune di Urano, che sono appena visibili.

NETTUNO: Il cielo non dovrebbe avere un colore molto differente da quello di Urano. Tuttavia la sua atmosfera, vista dall'esterno, sembra avere un colore blu più vivo di quello di Urano.



Fig. 15

Cielo di Nettuno a sera, con il satellite Tritone (simulazione). Anche le lune di questo pianeta sono appena visibili. Tritone stesso ha un'atmosfera talmente rarefatta che il cielo dovrebbe ancora apparire nero.

PLUTONE: ha un'orbita molto eccentrica, e, a quanto pare, una tenue atmosfera si sviluppa soprattutto al perielio, dalla sublimazione di ghiacci di azoto, ossido di carbonio e metano. L'atmosfera si presenta come una tenue foschia azzurrina, e questo è probabilmente l'aspetto del cielo visto da Plutone, almeno al perielio.

Eccetera.

Lo scattering Rayleigh ha ancora qualche effetto sulla **polarizzazione della luce** proveniente dal cielo, (si provi a guardare il cielo con occhiali a luce polarizzata), ma direi di lasciar perdere questo argomento, almeno per questa volta.

Bye.

NOTE

(1) <https://www.focus.it/scienza/spazio/la-luna-aveva-atmosfera>

(2) Devo scusarmi per aver introdotto di schianto i *fotoni*, ma spero che una vaga idea di come un fotone possa essere usato in alternativa al concetto di onda luminosa sia già presente nelle menti umane, anche se in modo vago (d'altronde, averne un'idea esatta e completa è impossibile). In ogni caso, nella trattazione di Rayleigh, basata sulla fisica classica, non si parla di fotoni, che non erano ancora un concetto definito ai suoi tempi.

(3) Attribuzione: optick - <https://www.flickr.com/photos/optick/112909824/>, CC BY-SA 2.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=10653821>

(4) *J.P. Richter: The literary works of Leonardo da Vinci. 1883. p.161.*

La citazione l'ho trovata nel libro di J.D. Jackson "Classical Electrodynamics" p. 462. Il libro del Richter (in italiano con traduzione inglese a fianco) è disponibile in varie edizioni in rete, ma gli scritti di Leonardo sono ordinati in modo diverso dall'edizione disponibile su Wikisource in italiano. Sul colore dell'aria e affini soggetti, Leonardo scrisse a lungo.

(5) Nella grossolana spiegazione da me data, ho considerato che le onde siano quadrate, da cui risulta che il campo medio è E^2 . In realtà sono sinusoidali, e quindi il campo medio diventa $(1/2)E^2$. La media temporale viene ottenuta dividendo per T il risultato ottenuto integrando il quadrato di un'onda sinusoidale di periodo T sul periodo T. Ad esempio:

$$\frac{1}{T} \int_0^T \cos^2 \left(2 \pi \frac{t}{T} \right) dt = \frac{1}{2}$$

